# Život zpoza čísel

Hynek Hanke
http://www.volny.cz/hanke/, hanke@volny.cz

podzim 2003

*Být na světě může být drahé, ale v ceně je zahrnuta*
*také každoroční projížďka kolem Slunce!*
– **Asleigh Brilliant**

*Všem těm, kdo mi ukázali, že ještě existují lidé, kteří se o něco zajímají…*

# Obsah

# Kapitola 1

# Má mysl je otevřená

> Proč jsou čísla nádherná? To je jako ptát se, proč je nádherná Beethovenova Devátá symfonie. Když nevíte proč, nemůže vám to nikdo vysvětlit. Já vím, že čísla jsou nádherná. A jestli nejsou, tak potom už není nic.
> – **Paul Erdös**

Tento miniseriál, který bude na stránkách Živě[1] nyní několik pátků vycházet, si neklade za cíl vyložit čtenáři historii matematiky ani jej samotné matematice naučit. Ani jedno by se nemohlo sem do tohoto malého prostoru vejít, ba dokonce nejsem si jist, jestli se to dá vejít do jednoho lidského života.

V několika málo příbězích bych se ale chtěl alespoň pokusit zachytit atmosféru, ve které žijí ti, kdo propadli této zvláštní lásce k číslům a vztahům mezi nimi. Promiňte mi proto nepřesnosti, protože následující řádky jsou poskládány z různých zdrojů a výpovědí náhodných lidí. Nemohou, ani nechtějí být formálně přesné.

Zdá se mi, že současné kulturně-sociální klima příliš vědě nepřeje. Když člověk nerozumí nějakému gramatickému jevu a dělá v něm chyby, nepamatuje si průběh nějaké historické události, nebo nezná tu či onu knihu, je považován za ,,nedovzdělaného". Na druhé straně nerozumnět a nechtít rozumnět přírodním vědám, a jejich královně matematice, je dnes velmi módní. Známé osobnosti se často chlubí tím, že jim matematika nikdy nešla.

Pokud celá třída dostane špatné známky z písemky z dějepisu, je to tím, že se neučili, kdykoliv však dostanou špatné známky z písemky z matematiky, je to vina učitele, protože neumí vysvětlovat. Lidé se dnes často u čaje baví o tom, jaká je momentální politická situace, jak probíhá válka v Iráku, nebo jak se jim líbila nějaká knížka, ale běda tomu, kdo by zmínil, že byl dokázán Velký fermatův teorem. Bude odměněn jen kyselými úsměvy a klasickým: ,,To není nic pro mě." Veřejnost vnímá matematiku jako něco velmi nelidského, studeného, čistě technického. Jak moc se mýlí!

Jakýsi švédský vydavatel nějaké encyklopedie jednou požádal Richarda Feynmana, slavného amerického teoretického fyzika a nadšeného hráče na brazilská bonga, zda by mu neposlal svou fotografii, jak hraje na bubny, aby ,,výklad tak složité látky, jakou je teoretická fyzika, dostal lidský rozměr."

[1] Jednotlivé kapitoly této sbírky vycházely na podzim 2003 vždy jednou týdně na *http://www.zive.cz*

Feynmanova odpověď však nemohla být výstižnější:

> Vážený pane,
> skutečnost, že hraji na bubny, nemá s tím, že dělám teoretickou fyziku, vůbec nic společného. Teoretická fyzika je lidské úsilí, jeden z nejvyšších výkonů lidských bytostí. Stálá snaha dokázat, že lidé, kteří to dělají, jsou lidští, tím, že ukážete, že dělají i jiné věci, které dělá málo ostatních lidí (jako například hraní na bonga), mne uráží. Jsem dost lidský na to, abych byl schopen vám říci, ať táhnete k čertu.

A tak je to myslím s každou vědou. Werner Heisenberg, německý fyzik a tvůrce známého principu neurčitosti, často poukazoval na to, že ,,věda vzniká převážně z dialogu." Napsal o tom dokonce celou knihu, kde můžeme slyšet mluvit Bohra, Einsteina, Schroedingera i Plancka [3].

Snad nejotevřenějším vědcem všech dob však byl Paul Erdös, maďarský matematik, vášnivý cestovatel, bezdomovec, genius, a vůbec velmi zvláštní člověk.

,,Já si nemyslím, že soukromé vlastnictví by byl zločin na ostatních, já si pouze myslím, že soukromé vlastnictví je přítěž," říkával a putoval po domech svých přátel matematiků po všech kontitentech. Prostě zazvonil a řekl: ,,Má mysl je otevřená," což v jeho zvláštním slovníku znamenalo, že je připraven mluvit o matematice. Potom vzal svoje dva kufry, všechno co měl, vešel dovnitř a místo slova děkuji začal ,,Nechť $f(n)$ je funkcí. . . ", čímž zahájil několikadenní vyčerpávající maraton práce na tom či onom matematickém problému. Erdös sepsal velmi málo článků, jestli vůbec nějaký, sám. Většina z jeho 1,475 publikovaných prací byla sepsána spolu s někým dalším. Často s tím, u koho Erdös zrovna pobýval. Jeho heslem bylo: ,,Another roof, another proof" (Další střecha, další teorem).

,,Nebylo lehké říct, kde zrovna je, dokonce ani v jaké zemi se zrovna nachází, nikdo to nevěděl," vzpomínají jeho kolegové, ,,ale svým způsobem byl také všude, mohli jste si být jisti, že ho brzy zase potkáte."

Paul nebyl ten typ matematika, který by budoval nové teorie. Fascinovalo ho ale řešení stávajících problémů. Buď takových, které ještě vyřešeny nebyly, nebo takových, jejichž současné řešení nepovažoval za dostatečně jednoduché a elegantní. Do jisté míry si vybudoval vlastní slovník výrazů, jakousi Erdoštinu; například dětem říkal Epsilony a zemřít znamenalo přestat dělat matematiku. Mezi jeho výrazy patřila i jakási hypotetická ,,The Book", kde měl Bůh zaznamenány všechny teoremy a jejich důkazy ve své nejelegantnější formě. Když se potom setkal s nějakým velmi dobrým důkazem, říkal, že ,,Tenhle je určitě z Knihy." Přesně takové on hledal.

Většinu peněz, které dostal jako stipendium, v souvislosti s nějakým oceněním, nebo za svou přednášku, Erdös rozdal. Bezdomovcům, tak jako byl on, nadějným studentům, nebo jako ceny za vyřešení problémů, které on považoval za pěkné. Erdös miloval matematiku, vše ostatní bylo podřadné.

Cecil Rousseau si vzpomíná, jak se mu jednou při jeho návštěvě v Memphisu udělalo špatně a museli ho odvézt do nemocnice: ,,Když jsme dorazili na jednotku intenzivní péče, vzali Paula do takové malé místnosti a zapojili mu přístroje na monitorování tepu. Srdce mu tlouklo jako o závod, slyšeli jsme to rychlé elektronické pípání. ,Řekni mi nějakou úlohu,' požádal mě. ,Bude stačit něco z olympiády?' zeptala jsem se. ,To bude ok.' Vyložila jsem mu jeden příklad s permutacemi, který se objevil na německé olympiádě, a pomalu jsem prošla celé řešení. ‚To je velmi hezký problém,' řekl. Jen na moment jsem přestala sledovat elektronický záznam jeho abnormálního pulzu. Ve dveřích se objevil Ralph Faudree.

Dál jsme se snažili mluvit o matematice a vyhnout se tomu, abychom veškerou naši pozornost soustřeďovali na ten rychlý nepravidelný zvuk. Najednou se signál prudce zpomalil. Oba jsme se na sebe s Ralphem podívali. Na okamžik, který nám připadal jako věčnost, jsme nevěděli, jestli se jeho srdce teď stabilizuje nebo zastaví. Stabilizovalo se. Paul byl poté hospitalizován, ale netrvalo to dlouho a myslel si, že by ho už měli propustit. Jelikož to ale ještě nešlo, znamenalo to, že se tehdy jedno z největších nervových center matematiky na světě přesunulo do jeho nemocničního pokoje; alespoň na tu krátkou dobu. Jeho postel byla brzy pokrytá matematickými rukopisy a když ho navštívila ta či ona skupinka matematiků, tak jim vždycky zeširoka vykládal. Jedné sestřičce prý tehdy pověděl důkaz, že existuje nekonečně mnoho prvočísel. ‚Jsem si jist, že tomu porozuměla,' povídal nám zapáleně.

Erdös spal nanejvýš čtyři až pět hodin denně, přičemž spoléhal na velké dávky kávy a amfetaminů. ,,Matematik," říkával často, ,,je stroj na přetváření kafe v teoremy." A když se ho přátelé snažili přimět, aby trošku zpomalil, vždycky odpovídal stejně: ,,V hrobě bude času na odpočinek dost." S tím pak v pět hodin ráno šel do kuchyně, ne snad proto, aby si udělal snídani, ale proto, aby začal rámusit hrnci a vzbudil svého hostitele, se kterým se hned ponořil do tajemných hlubin rozpracovaného problému.

Později mezi matematiky na jeho počest vznikla hra nazvaná ,,Erdösova čísla", která má úzkou souvislost s teorií známou jako ,,Six degrees of separation". Tato experimentálně víceméně potvrzená teorie tvrdí, že mezi jakýmikoliv dvěma lidmi na této planetě je nanejvýš šest mezičlánků, pokud bychom je chtěli propojit sítí lidí, kteří se navzájem znají. Erdösova čísla pak fungují tak, že ten, kdo publikoval článek jako spoluautor přímo s Erdösem, má číslo 1. Ti, kdo publikovali s někým, kdo publikoval s Erdösem mají číslo 2, atd. A každý se samozřejmě snaží najít cestu, jak se spojit s Erdösem co nejkratší cestou, aby měl nejnižší možné číslo. Pro matematiky je to součástí vzájemné přátelské rivality. A pro nás další důkaz, jak moc je veřejnost, ve svém přesvědčení, že se jedná o chladné nudné ,,vědce" nepochopila.

Paul s matematikou nikdy v tom pravém smyslu nepřestal. Když mu bylo 83 let, zůčastnil se konference ve Varšavě (1996) a přednesl na ní dvě přednášky (!). Druhou z nich ve čtvrtek, když se již dvoutýdenní konference chýlila ke konci.

V pátek odpoledne zemřel.

# Kapitola 2

# Vždy o krok vpřed

> Vědec nestuduje přírodu proto, že by to bylo užitečné; studuje ji proto, že mu to přináší potěšení, a potěšení mu to přináší proto, že příroda je nádherná. Kdyby nebyla nádherná, nestálo by za to vědět, a kdyby nestálo za to vědět, nestálo by za to žít.
> **– Jules Henri Poincaré (1854-1912), francouzský matematik**

Během jednoho setkání Americké matematické společnosti v říjnu 1903 ohlásil F. N. Cole přednášku, kterou nazval „O faktorizaci velkých čísel."

Když přišel jeho čas, bez jediného slova se zvedl ze židle, odešel k tabuli a napsal $2^{67} - 1$, takzvané 67. Mersennovo číslo, o kterém Mersenne tvrdil, že to je prvočíslo (tedy dělitelné pouze samo sebou a jednou). Potom Cole na tabuli ručně spočítal $2^{67}$ a pečlivě odečetl 1, čímž dostal číslo 147573952589676412927. Pokračoval tím, že vynásobil dvě čísla, opět ručně: 193707721 x 761838257287. A výsledek? 147573952589676412927.

Cole se potom v tichosti vrátil na své místo. Říká se, že to byla jediná přednáška na setkání AMS, po které následoval potlesk. Nebyly žádné dotazy.

Většina matematiky se dá naučit. Mnoho vědců i matematiků se nechává slyšet, že dobrým matematikem se člověk stane tak, že vyřeší spoustu příkladů. A opravdu, ve velké části případů je to asi pravda. Někdo má talent větší, někdo menší, ale to se dá vykompenzovat pilnou prací.

Nicméně v každém oboru lidského úsilí najdete i lidi, kteří jsou *vysoko* nad kýmkoliv jiným. Ať děláte co děláte, jsou vždy o krok vpřed. Například jeden spolupracovník Alberta Einsteina, jehož jméno si již nepamatuji, ve svých pamětech psal, že často třeba pár dní pracoval sám a přišel na nějaký zajímavý výsledek. Když to poté nadšeně běžel říct Einsteinovi, většinou už o tom Einstein dávno věděl a odpovídal: „Ano, ano, to vím. A všimni si ještě, že když sem dosadíme tohle a uděláme ještě tamto, dostaneme. . . "

Jedním z největších matematiků všech dob byl Carl Friedrich Gauss. Svými početnými objevy přispěl do mnoha oblastí matematiky a fyziky. Mezi jeho největší a nejznámější výkony patří důkaz fundamentálního teoremu algebry, konstrukce sedmnáctiúhelníku, objev neeuklidovské geometrie, Gausovo náhodné rozložení, metoda řešení systému lineárních rovnic, zpřesnění výpočtu pohybu vesmírných těles po kuželosečkách, metoda nejmenších čtverců, zákony magnetismu a mnoho dalších. Student, který znovu a znovu v různých knihách naráží na nové a nové odkazy na Gausse se nutně začne po čase cynicky ptát:

,,Je vůbec něco, co Gauss *nevymyslel*?"

Mimořádný talent projevoval už jako dítě. V deseti letech byl ve třetí třídě, když se jejich učitel nazlobil, že v místnosti je příliš mnoho hluku a za trest řekl dětem, ať sečtou všechna čísla od nuly do sta. Myslel si, že je to zaměstná a zjedná si tak klid. To se opravdu podařilo, přesto byl ale pan učitel Buettner v jistém smyslu poražen.

V té třídě bylo tehdy zvykem, že když žák dokončil úlohu, položil svoji břidlicovou tabulku na katedru. Druhý žák pak položil svoji tabulku na tu první a tak dále. Sotva Buttner dopsal zadání příkladu na tabuli, na jeho stole ležela jedna tabulka. Všichni žáci horečně sčítali prvních pár čísel, ale Gauss seděl ve své lavici se založenýma rukama a rozhlížel se kolem. Buttner ho vyzval, ať počítá s ostatními, ale Gauss odmítal, a tak si Buttner myslel, že je jeho nejmladší žák jen další hlupák. Když potom Buttner odpovědi kontroloval, zjistil, že na Gausově tabulce bylo jediné číslo, správné. Všechna ostatní řešení byla špatně.

Gauss si tehdy uvědomil, že když sečte 1 a 100, 2 a 99, 3 a 98, součet bude vždy stejný, sto jedna, a takových dvojic je právě tolik, kolik je čísel od 1 do 50, tedy padesát. Stačilo tedy vynásobit počet dvojic jejich součtem a dostal správný výsledek 5050. Teď, když jsme ve škole studovali posloupnosti a tu myšlenku již známe, připadá nám to jednoduché, ale na desetileté dítě je to úžasný a hluboký objev. Gauss tuhle historku miloval a do konce života ji všem vyprávěl.

> Matematika je královnou všech věd a teorie čísel je královnou matematiky.
> – **Carl Friedrich Gauss**

O několik let poté mladý Gauss přišel za svým profesorem a řekl mu: ,,Zrovna jsem sestrojil sedmnáctiúhelník". ,,Nesmysl, to je nemožné," odbyl ho profesor. ,,Dobře, tak potom jsem právě přišel na to, jak vyřešit polynom sedmnáctého stupně," nedal se Gauss. ,,Pff, to je triviální. To umím taky."

Později to tomu profesorovi, který byl mimo jiné také amatérským básníkem, oplatil, když jej nazval ,,Nejlepším básníkem mezi matematiky a nejlepším matematikem mezi básníky."

,,Nejsou to znalosti, ale akt učení, ne vlastnictví pravdy, ale cesta k ní, co přináší člověku největší potěšení. Když si nějakou oblast vyjasním a vyčerpám ji, otočím se k ní zády, abych mohl znovu vstoupit do temnoty; nikdy nespokojení lidé jsou tak zvláštní, že když dokončí stavbu domu, dovolí jim to ne pokojně se v něm zabydlet, ale začít budovat jiný," napsal Gauss roku 1808 v dopise svému příteli Bolayovi.

Jiným číselným teoretikem žijící v Gaussově době byl Monsieur Le Blanc, který četl Gaussovo Disquisitiones Arithmeticae a vypěstoval si hluboké porozumění popsaným metodám. Le Blanc v dopisech Gaussovi popsal několik různých důkazů vět z teorie čísel a Gauss si jej vážil jako jednoho z nejlepších matematiků té doby. Když ale Francouzi okupovali Pruský Braunschweig, město, ve kterém Gauss žil, Monsieur Le Blanc si vzpomněl na historku o údajné smrti Archimeda.

Archimedes měl sedět na pláži a v písku si kreslit nějaký geometrický problém, když k němu přišel římský voják, a požádal ho, aby vstal. Archimedes, příliš zabraný do problému, nevěnoval tomu člověku vůbec žádnou pozornost a požádal jej, aby ustoupil, protože vrhá stín na jeho náčrtek. Na to ho římský voják zabil.

Monsieur Le Blanc se obával o Gaussovu bezpečnost a tak požádala francouzského generála Pernetyho, přítele své rodiny, aby se zaručil za Gaussův osud. Francouzská vojska tedy na Gausse dávala velký pozor. Řekli mu, že za to má být vděčný jakési Sofii Germainové. Teprve v další korespondenci s Monsieur Le Blancem se Gauss dozvěděl, kdo je ta záhadná slečna, o které nikdy neslyšel. Germainová používala k velké části svých matematických aktivit pseudonym Monsieur Le Blanc, protože se oprávněně bála, že by ji jinak nikdo, dokonce ani Gauss, nebral vážně. Největšího matematika to ohromilo a odpověděl Sofii:

„Jak bych vám mohl popsat můj obdiv a úžas, když jsem zjistil, že můj vážený korespondent Monsieur Le Blanc se změnil ve vynikající osobu, která dává tak krásný příklad toho, čemu je těžké uvěřit. Chuť věnovat se abstraktním vědám obecně, a především záhadám čísel, je velmi vzácná a nelze se tomu divit. Okouzlující zákoutí této vznešené vědy se odkryjí pouze těm, kdo mají dost odvahy ponořit se do ní dostatečně hluboko. Když ale osoba pohlaví, které, kvůli našim zvykům a předsudkům, musí na své cestě k seznámení se s těmi nejhlubšími partiemi této vědy potkat mnohem více potíží a nesnází než muži, uspěje, potom to musí být člověk nejvyšší odvahy, výjimečného talentu a naprosté geniality. Nic mne nemůže přesvědčit tak lichotivě a více bezpochybně, že krása této vědy, která obohatila můj život v tolika směrech, není pouze nějakým přeludem, jako pozornost, kterou jste jí věnovala vy."

Když Buttner viděl, jak rychle dokázal desetiletý Gauss přijít na vzorec pro součet prvních sta čísel, ze svých vlastních peněz koupil nejlepší tehdy dostupnou knihu o aritmetice a věnoval mu ji. Gauss knihu však rychle přečetl. Buttner si uvědomil, že tohoto mladého génia nedokáže již dále učit, a doporučil ho Hraběti z Brunswicku, který Gaussovi poskytl finanční podporu, aby mohl pokračovat ve vzdělávání na druhém stupni, a konečně na Gottingenské univerzitě.

# Kapitola 3

# Excentrik

Šťastný je ten, kdo zná k věcem důvod.
**Virgilius (70-19 př.n.l.), římský básník**

,,Jeffrey Hamilton v říjnu 1972 na univerzitě ve Warwicku vysvětloval pravděpodobnost. Vytáhl z kapsy minci a najednou ji vyhodil do vzduchu. Pravděpodobnost, že mince přistane na jedné straně (panna) nebo na druhé (orel) byla, jak Hamilton vysvětlil, přesně 50 na 50 procent.

Hamilton a jeho studenti tedy pozorovali minci, jak narazila na zem, odrazila se, kutálela se, otáčela se, až se zastavila přesně na své hraně! Chvilku ohromeného ticha prolomil až nadšený potlesk."

Zajímavá příhoda se vypráví také o Georgi Dantzigovi, německém statistikovi, známém objevem simplexové metody lineárního programování: ,,Jednoho dne dorazil George Dantzig na svoji hodinu pozdě a tak si sedl a rychle z tabule opsal dva problémy, které tam předtím jeho profesor naškrábal. Po týdnu usilovné práce je konečně Dantzig měl vyřešeny a odevzdal své řešení v profesorově pracovně. Až později se Dantzig dozvěděl, že ty problémy vůbec nebyly domácím úkolem. Otázky byly příklady dosud nevyřešených problémů z oboru statistiky. . . "

Vědci jsou často velmi zvláštní a nekonformní osobnosti. Ne všichni, ale někteří jistě ano. Například Richard Feynman kdesi psal, že ho občas na ulici zastavovali policisté a ptali se jej, zda mu nic není, když si pro sebe něco mumlá a divoce gestikuluje, ale on se jim vždy snažil vysvětlit, že byl zrovna zabrán do nějakého problému. Nevím, zda vědecké bádání a potěšení z odhalování nových souvislostí vyvolává zvláštní chování samo o sobě, vždyť veškeré společenské normy nejsou dány přírodou, ale jsou uměle vynalezeny člověkem, nebo je to opačně, tak, že vědci jsou natolik otevření lidé a vytváří takové prostředí, které toleruje i takovéto pro jiné lidi nepochopitelné chování. Ať je to tak či onak, je to spíš pozoruhodné než zavrženíhodné. A k tomu se vztahuje i následující příběh.

V jednom dokumentu PBS říká Sylvia Nasar: ,,Ta myšlenka, že někdo, kdo byl mentálně nemocný, ožebračený a opravdu se nalézal na okraji společnosti byl teď zvažován pro Nobelovu cenu, já myslím, že to je úžasné." Někteří čtenáři již možná tuší, že řeč je o Johnu Nashovi. Mnozí jej možná znají z nedávno promítaného filmu Čistá duše, který se ale narozdíl od knižní předlohy držel skutečného Nashova života jen velmi volně a nepřesně.

John se často choval velmi zvláštně již za mlada a jeho kolegové ho jako člověka často neměli příliš v lásce. Sám se cítil nadřazeně nad ostatními. V době svých doktorských studií na Princetonu téměř vůbec nenavštěvoval žádné přednášky a věnoval se hledání a studiu zajímavých problémů. Sám o tom později prohlašoval, že považoval za důležitější pracovat a něco vymýšlet než sledovat nejposlednější pokroky v různých oborech.

,,Nash si brzy získal pověst výborného matematika, ale zvláštního člověka. Na univerzitním dvoře jezdíval na kole v osmičkách, pořád dokola, a když chodíval po chodbách, posedle si pískal Bachovu Malou fugu," říká se o něm v dokumentu PBS.

,,Měl spoustu nápadů a byl si velmi jist, že jsou důležité. Krátce poté, co se dostal do Princetonu, šel za Einsteinem, aby mu řekl o jednom svém nápadu ohledně gravitace. Poté, co Nash asi hodinu vysvětloval komplikovanou matematiku, mu Einstein doporučil, aby se raději naučil více fyziky. Je ale nutno zmínit, že nějaký fyzik později podobnou myšlenku publikoval."

Ve své dizertační práci nazvané ,,O nekooperativních hrách" Nash popsal a uvedl vlastnosti situace, která byla později nazvána Nashovo ekvilibrium. To je taková optimální situace ve hře, kdy hráč, za předpokladu, že všichni ostatní zachovají svou dosavadní strategii, nemůže změnou své strategie již nic získat. Nash také ukázal, že téměř všechna ,,řešení" doposud známých her jsou takovým ekvilibriem a že pro každou hru nějaké takové ekvilibrium existuje. Ačkoliv vytvořil dobré matematiky více, a to v různých oborech, právě toto byl jeho asi největší přínos, který později našel rozsáhlé využití hlavně v ekonomii, kde je dnes mnoho situací posuzováno jako hry.

Že si jej v Princetonu všichni vysoce vážili dokazuje i to, co vypráví jiný matematik, který tam tehdy byl, Donald Newman: ,,Přemýšlel jsem tehdy o nějakém problému. Snažil jsem se s ním pohnout, ale vůbec to nešlo. Nevěděl jsem, co s tím. Jednou v noci jsem usnul a zdál se mi sen. Nezdálo se mi přímo o řešení toho problému. Zdálo se mi, že jsem potkal Nashe, položil jsem mu tu otázku a on mi řekl odpověď. Když jsem potom psal ten článek, uvedl jsem ho jako spoluautora. To řešení nebylo moje, já sám jsem na to předtím nemohl přijít."

Ve třídě, ve které na MIT přednášel pokročilý diferenciální počet, poznal Alici Larde[1], která jako malá snila o tom, že se jednou stane druhou Marií Currie. Blíže se seznámili, když Nash potkal Alici v univerzitní knihovně hudby, kde pracovala. Krátce poté se vzali a Alice čekala dítě, ale u Nashe se začala projevovat jeho mentální choroba, paranoidní schizofrenie.

Jeho kolegové později vzpomínali, že Nash byl vždy excentrik. U jiného člověka by se možná příznaky rozvíjející se mentální nemoci rozpoznaly dříve, ale ne u Nashe. ,,John byl vždycky bytost sám o sobě. Když John vešel do místnosti, věděli jste, že John vešel do místnosti," vzpomíná Mel Hausner.

Byl přesvědčen, že umí luštit zprávy z kosmu zakódované v novinách a že je vyvolenou postavou ve světě náboženství. Jeho kolegové občas pod dveřmi nacházeli několik stránek čerstvých výpočtů. Nash se snažil dokázat existenci Boha tím, že najde nějakou velmi nepravděpodobnou událost, která se přesto pravidelně stává.

[1] V příloze k dokumentu PBS se o ní píše: ,,Alice byla překvapivě nádherná, hezky upravená, nosila dlouhé sukně a vysoké podpatky. Byla to velmi chytrá, světa znalá, vtipná a společenská dívka. Podle autorky Sylvie Nash ji popsal její spolužák Joyce Davis jako El Salvadorskou princeznu se smyslem pro laskavost."

Nash prošel komplikovanou léčbou, až se nakonec jeho stav zlepšil. Podmínkou však bylo, že musí brát určité prášky, o kterých se i doktoři sami shodují, že snižují mentální schopnosti. To ale nemohla matematikova mysl snést a tak po nějaké době Nash léky přestal brát a jeho stav se opět dramaticky zhoršil. Alice, která se ho do té doby snažila všemožně podporovat a starat se o něj, požádala o rozvod.

Nash byl znovu hospitalizován a po 30 let nevytvořil žádné nové vědecké výsledky. Jeho stav se zlepšoval po roce 1980 jen velmi pomalu. Navíc byl v té době bez práce, bez peněz i bez domova. Zřejmě by skončil do konce života v ústavech nebo na ulici, kdyby mu Alice nenabídla, aby u ní bydlel.

Do normálního života se vrátil až v devadesátých letech. Bez prášků. Tentokrát zvítězil rozumem. Když se ho později ptali, jak to bylo možné, tvrdil, že se prostě rozhodl ty hlasy již dále neposlouchat. Výraznou měrou k tomu pomohlo velmi otevřené prostředí na Princestonské univerzitě, kam ho později zase přijali a nechali ho tam pracovat. Ostatní matematici respektovali jeho zvláštní chování tak, jak respektují zvláštní chování jiných, a snažili se ho neodsuzovat ani neodsouvat stranou.

Nash doufá, že dlouhá přestávka dala jeho mysli odpočinout a tak bude ještě schopen získat nějaké vědecké výsledky i nyní, v na matematika pokročilém věku. V roce 1994 konečně získal Nobelovu cenu v ekonomii za svoji práci v teorii her.

Louis Sass o tom později řekl: ,,Myslím, že nás to učí ocenit talent lidí, kteří jsou možná i velmi excentričtí a dívají se na věci z velmi zvláštních úhlů. Ti jsou často lidmi, kteří mají to nejhlubší pochopení dané věci."

Na jaře 2001 se s John Nash s Alicí opět vzali. Alice to poté komentovala: ,,Mysleli jsme si, že by to byl dobrý nápad."

# Kapitola 4

# Amatér

> Každý čestný vědec, kterého znám, připouští, že je jen profesionálním amatérem. To co dělá, dělá vždy poprvé. Proto je amatér.
> – **Charles Franklin Kettering**

,,V době, kdy slavný matematik John Von Neumann učil na univerzitě, bylo pro něj typické, že psal odpovědi na domácí úlohy na tabuli bez jakéhokoliv dalšího vysvětlení. Postup řešení byl ‚samozřejmý'. Jednoho dne se ho jeden student, ve snaze dobrat se nějaké užitečnější odpovědi, zeptal, jestli existuje ještě nějaký jiný způsob, jak ten problém řešit. Profesor se na moment zamyšleně zahleděl někam do dálky a pak odpověděl: ‚Ano.' "

Jak říká pan Kettering, každý vědec je jistě amatérem. Kdyby věděl co dělá, neříkalo by se tomu výzkum. Přesto většina matematiků prošla nějakou formální výukou ve škole a na univerzitě. Setkali se s báječnými lidmi, kteří jim poskytli mnoho inspirace a naučili je mnoho věcí. V tom smyslu amatéry jistě nejsou.

Když Hardy dostal Ramanujanův dopis, byl na pochybách. Původně si myslel, že je to nějaký vtípek jeho hravých studentů. Aby to napsal nějaký hoch z jižní Indie bylo velmi nepravděpodobné. Ten večer vzal Hardy dopis nahoru do místnosti, kde se normálně hrávaly šachy. Na Trinity College byl tehdy ještě jeden špičkový matematik, který měl být schopen rukopisu porozumět, Littlewood, a tak si jej Hardy zavolal a společně tam dvě a půl hodiny procházeli všechny ty teoremy, bylo jich asi sto. Když skončili, věděli pouze jedno. Ramanujan, ať již to byl kdokoliv, byl světový matematik první třídy.

Srinivasa Aaiyagnar Ramanujan se narodil na konci devatenáctého století v Erode, malé vesnici v jižní Indii, a netrvalo dlouho, než se zamiloval do matematiky. Když mu bylo dvanáct, již ovládal trigonometrii na překvapivé úrovni. V šestnácti se mu dostala do ruky kniha ,,Přehled čisté matematiky". Nebyly tam ale k tvrzením důkazy, nebo jen velmi stručné, takže musel většinu souvislostí objevovat Ramanujan sám.

V Kumbakonamu chodil na střední školu a pro své velmi dobré výsledky dokonce dostal stipendium na univerzitě. Odtud však musel brzy odejít. Studoval jenom matematiku a v ostatních předmětech si vedl velmi špatně. Později se pokusil dostat v Indii na univerzitu ještě jednou, ale jediná zkouška, kterou složil úspěšně, byla z matematiky. Ve všech ostatních propadl.

Na počátku dvacátého století byl Ramanujan v těžké situaci. Neměl zaměstnání, na univerzitu nemohl, peníze také neměl. Poznámky ze své práce na matematice ukazoval komu jen mohl, ale v jižní Indii tehdy nebyl nikdo, kdo by mu opravdu rozuměl a rozpoznal jeho talent. Pokračoval sice ve své tiché práci, ale nemohl tušit, čím se právě matematika zabývá a jaké jsou v současnosti nevyřešené problémy. A tak znovu nezávisle objevil Bernouliho čísla, studoval součet nekonečné řady 1/n a spočítal číslo e na patnáct desetinných míst. Poté, co se dozvěděl, jak řešit kubické rovnice, našel sám řešení rovnic s exponentem na čtvrtou. Snažil se najít i obecné řešení polynomů pátého stupně. Celý matematický svět již tehdy věděl, že takové řešení neexistuje. Ramanujan to nevěděl. To jen dokazuje jeho zoufalou situaci.

Kdosi si ho všiml, až když se mu podařilo vyřešit jeden problém z časopisu Indické matematické společnosti, ve kterém vystupovaly nekonečné odmocniny (odmocnina z odmocniy z odmocnin...). Nejen, že problému Ramanujan bez jakéhokoliv vzdělání ve vyšší matematice porozuměl, on ho dokonce vyřešil! Pár lidí se mu tehdy snažilo pomoci a dokonce začínal získávat jakés takés uznání, ale pouze lokálně.

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{\dots}}}} \qquad = \qquad ? \qquad = 3 \tag{4.1}$$

Ramujanovi se nějak podařilo získat místo úředníka a dostával tak konečně nějaký plat. Bylo to pouhých 30 rupií na měsíc, což bylo tehdy v přepočtu asi 20 liber ročně. Ramanujan se pokusil se svými objevy kontaktovat několik matematiků v Anglii, ale nikdo ho nevyslyšel. Až Hardy v něm poznal génia. Rozhodl se, že musí jeho talent zachránit, a tak ho pozval do Anglie.

,,Ty dopisy, které tehdy v roce 1913 posílal Hardymu, obsahovaly fantastické výsledky. Ramanujan pracoval na Riemanových řadách, eliptických integrálech, hypergeometrických posloupnostech a na funkčních rovnicích Riemanovy zeta funkce."

$$2\sin(\pi/18) = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2-\dots}}}} \tag{4.2}$$

Hardy později řekl o některých Ramujanových vzorcích, kterým ani přes svou snahu nedokázal porozumět, že ,,jediný pohled na ně odhalil, že musely být napsány matematikem té nejvyšší třídy. Musí být pravdivé, protože kdyby nebyly, nikdo by nemohl mít dost velkou představivost na to, aby si je vymyslel." A opravdu, některé z těch formulí jsou naprosto nádherné již na první pohled. Často v nich vystupují prvočísla, čísla pi a e.

$$\frac{1}{1+\frac{e^{-2\pi}}{1+\frac{e^{-4\pi}}{1+\dots}}} = (\sqrt{2+\phi}-\phi)e^{\frac{2}{5}\pi} \tag{4.3}$$

kde $\phi$ je poměr zlatého řezu $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$!

Miloval teorii čísel. Během jedné své návštěvy za Ramanujanem v nemocnici poznamenal Hardy, že jel taxíkem, který měl na poznávací značce číslo 1729 a že to je výjimečně nezajímavé a hloupé číslo. Ramanujan okamžitě odpověděl, že to číslo je ve skutečnosti docela zajímavé. Je to nejmenší celé číslo, které můžeme rozložit na součet dvou třetích mocnin dvěma různými způsoby:

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3 \tag{4.4}$$

Přes svoje hluboké porozumění matematice a přes svoji genialitu v řešení problémů se u Ramanujana začal projevovat nedostatek formálního vzdělání. Ramanujan nebyl zvyklý na formalismus, na postup věta-důkaz. Jakmile nějaký problém vyřešil, považoval to za hotové a přesunul se na jiný. Hardy se mu proto snažil najít nějakého učitele. K pečlivým metodám jej měl vést Littlewood, ale brzy to vzdal.

,,... bylo to extrémně obtížné, protože vždy, když jsme narazili na nějakou záležitost, o které jsem si myslel, že by měl Ramanujan vědět, začal na mne chrlit lavinu nových originálních nápadů. Bylo nemožné pokračovat v tom, co jsem zamýšlel."

A tak se z Hardyho a Ramanujana stala dvojice. Ramanujan poskytoval svůj talent a své hluboké postřehy, Hardy pak zase rigorózní metody a pečlivé důkazy.

Ještě než Ramanujan ve věku třiatřiceti let předčasně zemřel na záhadnou nemoc, kterou už asi těžko někdo zpětně vypátrá, byl zvolen členem Britské královské společnosti a dostalo se mu tak jednoho z největších ocenění, jakých se může matematikovi dostat.

A svět si uvědomil, jak křehký je osud génia, který se nenarodí na ,,správném" místě.

# Kapitola 5

# Domněnka

Vím málo o přírodě a stěží něco o lidech.
– **Albert Einstein**

,,Na začátku roku 1984 předmášel Feynman na Caltechu kurz výpočetní techniky spolu s Geraldem Sussmanem z MIT. Jednou, když Feynman přednášel, musel Sussman stále chodit k tabuli a Feynmana opravovat. Později se zjistilo, že Feynman, když si chtěl koupit nový počítač, zakopl o obrubník, upadl a udeřil se do hlavy, což vyvolalo nějaké vnitřní krvácení. Feynman potom ostatním vyprávěl, co se přesně přihodilo. Ráně do hlavy tehdy nepřikládal žádnou důležitost. Postupně začal ztrácet přehled nad tím, co se kolem něj dělo, aniž by si to uvědomoval. Nejprve nemohl najít své auto. Poté měl velmi zvláštní schůzku s jednou dívkou, která mu měla sedět modelem pro kresbu. Další den řekl sekretářce Heleně, že jde domů, ale svlékl se ve své kanceláři a usnul přímo tam. Pak zapomněl, že měl přednášet na Hughs Aircraft a tak dále... Když to dovyprávěl, divil se: ,,*Nikdo* mi neřekl, že se ze mne stává blázen. Proč proboha?" ,,Ale jdi," řekl jsem, ,,pořád děláš divné věci. Hranice mezi genialitou a bláznovstvím je tak tenká, že je těžké to odlišit," vypráví o něm Al Seckel.

Studna historek, ve kterých vystupuje pozoruhodná postavička Richarda Feynmana se zdá být téměř bezedná. Možná se čtenář diví, proč si takto v seriálu o matematicích vypomáhám příhodami fyzika, ale nebyl to právě Feynman, kdo tak často odmítal dělení přírody na jednotlivé obory (fyzika, chemie, matematika, biologie,... ) jako naprosto umělé?

,,Při jedné příležitosti jsem s Feynmanem navštívil přednášku, kterou měl na Caltechu jeden pozvaný profesor. Přišli jsme brzy a usadili jsme se hned v první řadě. Feynman si všiml, že přednášející profesor si položil své poznámky přímo vedle něj a někam odešel. Začal tedy sešitem listovat a bylo na něm vidět, že vnímá, co čte. Dříve, než se profesor znovu objevil, položil poznámky nazpět. Když se pak při přednášce ozvalo: ,,Strávil jsem mnoho času, než jsem odvodil následující vzorec..." Feynman do toho vstoupil. ,,Pff, to řešení je samozřejmé. Je to..." Profesor i zbytek posluchačů byl ohromen, jak Feynman podal celou odpověď jen tak, na místě. Když jsme z přednáškové místnosti odcházeli, otočil jsem se na Feynmana a vrhl jsem na něj chápavý pohled. A on se usmál zpátky."

V matematice existuje mnoho problémů různé třídy obtížnosti. Některé jsou zadány jazykem osmiletých dětí a také řešeny osmiletými dětmi. Některé jsou zadány s pomocí symboliky některého konkrétního oboru a málokdo kromě těch, kdo to studují, jim rozumí. Existují ale i problémy, a to je na nich fascinující, které jsou svým zadáním naprosto triviální, dokáže je pochopit i dítě, ale přesto je jejich řešení pekelně obtížné.

Mezi takové problémy patří např. dokázat domněnku, tzv. Goldbachovu konjunkturu, kterou napsal slavný matematik v osmnáctém století v jednom dopise Eulerovi. Ta zní velmi jednoduše: ,,Libovolné sudé číslo větší než 2 lze zapsat jako součet dvou prvočísel." Vysvětlit, že prvočíslo je číslo, které nemá dělitele kromě jedné a sebe sama je snadné. Sečíst dvě čísla je triviální. Ale je to pravda pro *všechna* čísla? Ani dnes to nikdo neví.

Podobný problém, zadáním triviální ale na řešení neskutečně těžký, pochází z Francie 17. století od člověka, který vlastně ani nebyl profesionálním matematikem. Podobně jako Ramanujan, i Pierre de Fermat se učil ve volném čase z knih. Dostala se mu do rukou i opravdu cenná učebnice, Diophantova Aritmetika. A tak Fermat přes den pracoval jako právník a po večerech se učil matematice. Postupně začal být po světě znám nejen tím, že dělal výbornou matematiku, ale také tím, že rád trápil jiné matematiky, když jim poslal v dopise nějakou domněnku, ale nenapsal důkaz, o němž tvrdil, že jej zná. Tito matematici tak museli na důkaz přijít sami a jelikož byl Fermat velmi bystrý, většinou to nebylo nijak lehké. Postupně mu proto začali přezdívat ,,ten zpropadený francouz".

Poté, co Fermat zemřel, dostala se jeho kopie Aritmetiky do rukou jiným a ti si všimli, že Fermat si často na kraji, jak to matematici dělávají, poznamenal nějaký zajímavý postřeh nebo objev. Všechny Fermatovy domněnky byly postupně potvrzeny nebo vyvráceny, až na jednu. Latinsky tam bylo napsáno cosi v tom smyslu, že neexistuje žádné celočíselné řešení rovnice

$$x^n + y^n = z^n \tag{5.1}$$

pro libovolné $n$ větší než 2 a že Fermat má nějaký velmi elegantní důkaz, který se ale bohužel sem na okraj knihy nevejde. (Pro $n = 2$ je to známá Pythagorova věta, která řešení samozřejmě má.

Například pro $n = 3$ se to dá geometricky interpretovat tak, že nikdy nedokážeme najít dvě krychle takových velikostí, aby poté, co je rozřežeme na (stejně velké) menší krychličky, jsme z těchto menších krychliček dokázali sestavit novou krychli.)

Od té doby to byla pro všechny matematiky velká hádanka. Opravdu nelze nalézt pro nějaké n taková tři čísla? Snažil se na to odpovědět Euler, Kummer, Galois, Gauss a mnoho dalších, ale nikdo nedokázal přijít s nějakým postupem, který by se na tak zdánlivě jednoduchý problém hodil.

K problému se pojí i příběh Paula Wolfskehla, německého amatérského matematika. Ten údajně plánoval z osobních důvodů sebevraždu, ale jelikož byl puntičkář, rozhodl se, že se zastřelí revolverem přesně s úderem dvanácté hodiny v noci. To mu ještě zbývalo něco času a protože neměl, co dělat, zašel do knihovny a vzal si tam nějakou knížku. Ta knížka náhodou pojednávala o Fermatově velké větě a posledním výzkumu na tomto poli. Jak již jsme viděli, problém vypadá v prvních chvilkách velmi jednoduše a tak se ho i Paul pokusil řešit... přičemž propásl plánovaný čas sebevraždy o půlnoci. Wolfskehl nikdy žádného pokroku v důkazu teoremu nedosáhl, ale spáchat sebevraždu se již nepokusil. Později ve své závěti odkázal, z vděčnosti za to, že mu Fermatova věta zachránila život, jeden milion marek prvnímu člověku, který najde správný důkaz.

,,Tak jsem k tomu přišel. Bylo mi tehdy deset let a jednoho dne jsem se probíral svazky v naší veřejné knihovně, když jsem našel nějakou knihu o matematice, kde byla trošku nastíněna historie toho problému. Psalo se tam, že ho někdo vyřešil před třemi sty lety, ale nikdo nikdy ten důkaz neviděl. Nikdo nevěděl, jestli takový důkaz vůbec existuje. A lidé se ho celou tu dobu snažili najít. Byl to problém, kterému jsem já, desetiletý chlapec, dokázal porozumět, ale který nedokázal nikdo z těch velkých matematiků v minulosti vyřešit. Od té doby jsem se to samozřejmě snažil vyřešit sám," říká Andrew Wiles v dokumentu PBS.

Opravdová cesta se před Wilsem však otevřela až o 30 let později, kdy již byl profesionálním matematikem, snad díky Pierru de Fermatovi. Nový vítr do plachet přinesla tzv. Tanijamova–Shimurova konjunktura, která se týkala oblasti matematiky, která zdánlivě s Fermatovou větou vůbec nesouvisí. Časem se ale jistá souvislost ukázala a dokonce bylo dokázáno, že Tanijamova-Shimurova konjunktura přímo vede k Fermatově větě a dokázat ji by znamenalo i dokázat Fermatovu větu. Háček byl ale v tom, že mnoho matematiků věřilo, že dokázat Tanijamovu–Shimurovu domněnku je ještě těžší než dokázat Fermatovu větu. Andrew Wiles však vycítil možnost splnit si dětský sen a pokusil se domněnku dokázat matematickým aparátem, který nebyl ještě tak dobře prozkoumán jako Fermatova věta sama a tak skýtal jistou naději...

Wiles odešel z univerzity, kde přednášel, a po šest let pracoval v úplné tajnosti. Jednak nechtěl být nikým rozptylován a jednak se o slávu za svůj důkaz nechtěl s nikým dělit. Někteří jeho spolupracovníci si dokonce postupně začínali myslet, že jeho talent pomalu vyhasl. O opaku je měla přesvědčit až konference, na které Andrew ohlásil přednášku o eliptických křivkách a modulárních formách. Z názvu sice nebylo přímo patrné, o co by mělo jít, ale dlouhá odmlka a Wilesovo tajnůstkářství dávalo tušit, že půjde o něco opravdu velkého a tak nikdo nechtěl Wilesovy přednášky propást.

Ken Ribbet vpozmíná: ,,Byla tam velmi nabitá atmosféra. Konference se účastnilo mnoho významných lidí pracujících na aritmetické a algebraické geometrii. Richard Taylor a John Coates. Barry Mazur."

A skutečně, po dvou přípravných přednáškách, kde Wiles představoval své metody a mezivýsledky, a nikomu nebylo opravdu jasné kam míří, oznámil, že dokázal Tanijamovu–Shimurovu domněnku a napsal na tabuli tvrzení velkého Fermatova teoremu. ,,Myslím, že to pro dnešek stačí," uzavřel Wiles, načež propukl bouřlivý potlesk a cvakání fotoaparátů. Po třech stech letech a tolika pokusech všech velkých matematiků byla konečně Fermatova hádanka vyřešena, to bylo zkrátka úžasné.

Jenže v tom řešení byla chyba. Našel ji jeden z matematiků, který zkoumal Wilesův rukopis před vydáním. Nejprve se to pokoušeli tajit, aby dali Wilesovi čas důkaz nějak opravit, ale po nějaké době již pod všeobecným tlakem na publikování důkazu bylo nutné připustit, že v důkazu je jakýsi fundamentální nedostatek, který se nedá nijak snadno napravit. To byla pro Wilese obrovská porážka, po celé té době najednou zjistit, že vlastně vůbec neví, jak Fermatovu větu dokázat. Mnoho lidí by to asi na takovém místě vzdalo.

Nikoliv Wiles. Znovu se izoloval od téměř celého zbytku okolního světa, zkusil využít jiné metody, kterou dříve opustil, a za rok, 1997, již držel v rukou nový důkaz, tentokrát správný.

# Kapitola 6

# Závěrečné střípky

> ,,Jsme schopni vidět pouze kousek dopředu, ale vždy vidíme spoustu práce, kterou je nutno udělat."
> – **Alan Turing (1912-1954), matematik a otec výpočetní techniky**

,,Alan měl tehdy kolo, které mělo nějaký problém s řetězem. Objevil, že ten řetěz z ozubených kol vždy po stejném, opakovaném počtu otáček spadne. Nejprve to Alan vyřešil tak, že při jízdě počítal otáčky pedálů až se už měl řetěz sesunout. V té chvíli z kola sesedl a řetěz posunul do správné pozice. Při delších cestách ho to ale dost obtěžovalo tak nakonec vykutil nějaké mechanické zařízení, které si udržovalo aktuální stav otáček a řetěz vždy ve správnou chvíli posunulo zpět. Když mi to tehdy vyprávěli, tvrdili mi, že ho nikdy nenapadlo, aby prostě koupil nový řetěz. Já si ale spíš myslím, že to byl pro Alanovu mysl nový zajímavý problém a tak jej chtěl vyřešit. Bylo to zajímavé prostě se na problém dívat jinak. Bylo to zajímavé a byla to zábava; koupit nový řetěz není zábava."

Když jsem byl na nižším gymnáziu, často jsem kolem sebe slýchával, od studentů i profesorů, a dokonce jsem to po nich sám opakoval, že matematice, fyzice a jiným exaktním předmětům buď žák rozumí, a potom se ji nijak moc učit nemusí, nebo nerozumí, a potom nemá smysl se ji učit. Myslím, že to tehdy hodně lidí vzdalo. Později jsem o tom však začal hodně pochybovat. Setkal jsem se od té doby s lidmi, kteří jsou v matematice a fyzice velmi dobří, a jistě jsou také chytří a mají trošku talentu, ale především je to zajímá, chtějí se toho dozvědět víc, snaží se sami hledat a řešit zajímavé problémy a snaží se učit sami z knih doma pod lampou, zapojují se do různých soutěží.

Rozhodně to není tak, že ti, kteří jsou opravdu dobří, jsou dobří (jen) kvůli svému talentu, to by pro ně potom bylo směšně jednoduché. S vytrvalým studiem (a na střední škole jej nehledejte, člověk je odkázán vpodstatě sám na sebe) a láskou k přírodě se dají dělat zázraky.

,,John von Neumann se zajímal o matematiku a podstatu čísel a logiky světa kolem od velmi ranného věku. Dokonce už ve věku šesti let, když jednou viděl svou matku, jak bezcílně hledí před sebe, zeptal se jí: ‚Co počítáš?'. Mladý von Neumann se ale nezajímal jen o čísla, zajímal se o svět okolo. V osmi letech ho upoutala historie a přečetl všech čtyřicet čtyři svazků Všeobecné historie, kterou našel v rodinné knihovně. Dokonce již tak brzo von Neumann dokázal, že mu nečiní problémy využít svou mysl jak pro logický, tak sociální svět." A pro ty, kteří postavičku von Neumanna neznají: ,,Johnny byl jediný student, kterého jsem se obával. Vždy když jsem v průběhu přednášky vysvětlil nějaký dosud nevyřešený problém, byla možnost, že ke mně po jejím skončení přijde a na nějakém kousíčku papíru bude mít načmáráno úplné řešení."

Andrew B. Canton také zdůrazňuje lásku k vědě a motivaci se učit, jako tu nejdůležitější podmínku úspěchu: ,,Patnáct sekund!' Profesorova slova proniknou mým soustředěním jako tupý rezavý nůž, který mne vytrne z mého polomeditativního stavu. Tužka se hýbe po papíře téměř sama od sebe, jak se řešení problému materializuje na papíře. S posledním zbytkem své mentální síly opisuji odpověď do určeného místa nahoře na stránce a když vyčerpaně upouštím svoji ruku, slyším jak profesor vykřikne ,,Čas!". Být členem Canton High School Math Team bylo právě to, co mě za ty tři-roky-jeden-měsíc-a-dvanáct-dní na střední škole naučilo nejvíce. Přivedlo mě to k zajímavým problémům. A k mnoha neocenitelným zkušenostem. A k náhledu do světa. Je to čas strávený ve škole předtím i poté, co zazvoní poslední zvonek. Je to čas strávený doma řešením nejrůznějších matematických problémů dávno potom, co již všichni ostatní členové rodiny šli spát."

A proč jsem ten seriál vlastně psal? Snad proto, aby čtenáři dokázali trošku ocenit přírodu a zajímali se o ni. Snad proto, aby měli trošku motivaci. Vždyť kdo by nechtěl tomu všemu porozumět a zapojit se do dobrodružství odhalování nových souvislostí, tak jako se zapojil Erdos, Ramanujan, Gauss, Feynman, Turing, Galois, Fermat, Wiles a mnoho dalších. V prvním díle jsem se zmínil o tom, jak má společnost k matematice všeobecně negativní postoj. Doufám, že se mi vám teď podařilo lidi, kteří za ní stojí, trošku přiblížit.

,,Před několika měsíci jsem byl na nějakém večírku, když někdo řekl, ,Poslechněte si tenhle vtip: Nechť epsilon je velké záporné číslo.' Ti z nás, kdo byli matematici, se začali smát; všichni ostatní jen tak stáli a tvářili se nechápavě.

Před čtrnácti lety bych se tomu vtipu nikdy nesmál. To bylo rok předtím, než jsem šel na vysokou školu a spolu s několika kamarády, kteří chtěli studovat matematiku, navštívil příslušnou katedru na Harvardské univerzitě. Pamatuji si z té návštěvy dvě věci. První z nich byl nějaký zvláštní nesmělý kluk – nějaký student vyšších ročníků, zvláštně vypadající a s velkýma očima. Někdo, koho by většina lidí nemilosrdně odsoudila jako nějakého vyvrhela. Bylo mi jasné, že matematika byla celým jeho životem a nebylo sporu o tom, že je v ní velmi dobrý. Přísahal jsem si tehdy, že nikdy nedopadnu jako on. A pak si pamatuji ještě jednu věc, slovo, které jsme často používali: ,krása'. Nebyly tam tehdy zrovna žádné dívky, takže je zřejmé, že k nim se to nevztahovalo. Nebyl tam nikde žádný Monet ani Rembrant. Mluvili jsme o čisté nefalšované kráse matematiky samotné. A pamatuji si, že jsem si tehdy myslel, že bych nikdy nechtěl být tak zoufale ztracen, abych si myslel, že matematika je krásná.

Dnes, o čtrnáct let později, jsem šťastně a úžasně — Ztracen — ztracen v surrealistickém světě představivosti, ve světě nejen čísel, ale i tvarů, struktur, řádu. Dokonce se i směju matematickým vtipům.

Ale je smutné, že když se mne lidé zeptají co dělám, nevím, co odpovědět. ,,Studuji kompaktni nesouvislé topologické prostory." Ne, to by nefungovalo. Takový fyzik může aspoň mluvit o atomech, o hvězdách a posluchači budou chápavě přikyvovat. Malířka nám může ukázat své plátno a ekonom peníze a trhy. My matematici ale nemáme co ukázat. Proto si myslím, že ty nové filmy o matematicích jsou tak slibné. Jsou to příležitosti, jak mohou jiní podat náš příběh lépe než bychom kdy mohli my sami.”

A prosím všimněte si, že mnoho z těch datumů, které jsem v článcích uváděl, je téměř aktuální! Není to něco vzdáleného a dávno zapadlého, všechny problémy již nejsou vyřešeny, další úžasné příběhy se možná stanou dnes, nebo zítra…

# Literatura


[1] *The Man Who Loved Only Numbers*, kniha o Paulu Erdosovi a internetové stránky
http://www.paulerdos.com

[2] *Paul Erdos*, bližší podrobnosti o Paulu Erdösovi, jeho životě a jeho matematice (online),
http://www.wikipedia.org/wiki/Erdos

[3] *Část a celek, rozhovory o atomové fyzice*, Werner Heisenberg, Votobia, 1996, ISBN:80-7198-216-4

[4] *Carl Friedrich Gauss*, biografie
http://www.geocities.com/RainForest/Vines/2977/gauss/g_bio.html

[5] *Sophie Germain*, Wikipedie o Sofii Germain a o tom, jak se po večerech v posteli při světle svíčky zamilovala do matematiky,
http://www.wikipedia.org/wiki/Germain

[6] *Carl Frederick Gauss: Titan of Science*, G.W.Dunnington, knižní biografie

[7] *Z mých pozdějších let*, Albert Einstein, soubor esejí o vědě, politice i jiných oblastech

[8] *A Briliant Madness*, transkript dokumentárního pořadu PBS o Johnu Nashovi,
http://www.pbs.org/wgbh/amex/nash/filmmore/pt.html

[9] *Alicia Nash*, doplňkový text k dokumentu PBS,
http://www.pbs.org/wgbh/amex/nash/peopleevents/p_anash.html

[10] *John Nash*, biografie,
http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Nash.html

[11] *Les Prix Nobel*, autobiografie,
http://www.nobel.se/economics/laureates/1994/nash-autobio.html

[12] *A Beautiful Mind*, Silvia Nasar, 1999, film (do češtiny dabován pod názvem Čistá duše) i kniha. Kniha je údajně daleko přesnější

[13] *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane*, výborná sbírka historek ze života Richarda Feynmana, vyprávěná jím samým a zapisovaná jeho přítelem Ralphem Leightonem. V anglické verzi „Surely You're Joking, Mr. Feynman".

[14] *O Smyslu bytí*, soubor esejí Richarda Feynmana o vědě, (titul chybně přeložen z ,,The meaning of it all”, nděste se), Richard Feynman, 1998, Aurora

[15] *What Is Science*, velmi inspirativní přednáška Richarda Feynmana o přístupu ke studiu vědy a o její výuce, http://www.fotuva.org/online/science.htm

[16] *Stránky příznivců Richarda Feynmana*, mnoho zajímavostí a méně známých historek od lidí, kteří Feynmana znali, http://www.feynmanonline.com/

[17] *Feynmanovy přednášky z fyziky I, II, III*, báječné učebnice s báječnými postřehy, i když docela náročné, Richard Feynman, Ralph Leighton, Matthew Sands

[18] *Ramanujan*, biografie, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Ramanujan.html

[19] *G. F. Hardy*, biografie, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Hardy.html

[20] *Ramanujanova matematika*, kousek z práce, kterou si Ramanujan naškrábal do svého poznámkového bloku, zeditovaný profesorem Berndtem z univerzity v Illionis, http://www.math.uiuc.edu/~berndt/aachen.ps

[21] *The Man Who Knew Infinity, A Life of The Genius Ramanujan*, biografie, Kanigel Robert, New York, 1991, ISBN: 0-684-19259-4

[22] *Omluva matematikova*, autobiografie, G.H.Hardy, ISBN 05214270

[23] *Velká Fermatova věta*, stránky od autora, který o něm napsal knihu, http://www.simonsingh.net/Fermat_Corner.html

[24] *The Proof*, transkript dokumentu PBS, ve kterém mluví Wiles a další matematikové o cestě k řešení hádanky, http://www.pbs.org/wgbh/nova/transcripts/2414proof.html

[25] *Velká Fermatova věta*, strhující příběh o té nevinné poznámky v Diophantově aritmetice a o všem, co s tím souviselo, Simon Singh, ISBN-80-200-0394-0

[26] *Alan Turing*, biografie, http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Turing.html

[27] *John von Neumann*, biografie, http://en.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann

[28] *Fyzikální korespondenční seminář pro středoškoláky*, pro zájemce bezva věc, příklady mají daleko vyšší úroveň, než ty ve škole, mají fyzikální smysl, a člověk se toho spoustu naučí, http://fykos.mff.cuni.cz

[29] *Matematický korespondenční seminář pro středoškoláky*, viz. [28], http://mks.mff.cuni.cz

# Dodatek A

# Infinitezimální pohádka

*Infinitezimální pohádka o původu funkcí hyperbolických*
*(zdroj neznámý)*

Za devatero lokálními extrémy a devatero inflexními body se rozkládalo království Infinitezimálního počtu. Vládl mu moudrý král Integrál Dvojný, který měl jedinou dceru Derivaci Parciální. Měl ji moc rád a hlídal ji jak oko v hlavě.

Jednoho dne se však stala hrozná věc. Do království přiletěl strašný trojhlavý drak Gradient. Usídlil se v propasti Parabola nedaleko královského sídla a pronesl tuto implikaci: ,,Jestliže nedostanu královskou dceru Derivaci Parciální, pak zničím celé království." Král Integrál se obával pravdivosti této implikace a tak dal rozhlásit po celém kraji. ,,Najde li se v množině funkcí taková, která přemůže Gradienta, nechť tato dostane k-násobek království, kde $k = 0.5$ a krásnou Derivaci za ženu."

Do království se okamžitě začali sjíždět slavní rytíři z celého okolí. Jako první se na draka vypravili rytíři ze sousedního království lineárních funkcí s celou armádou obrovských konstant. Podřimující Gradient se jim ale jen vysmál. Stačilo, aby zvedl jednu ze svých tří hlav a vychrlil na ně diferenciální plamen. Z obrovských a jindy tak mocných konstant nadělal v jediném okamžiku samé 0. Ostatní lineární funkce se sice na Gradienta vrhly, ale ten po nich dvakrát šlehl plamenem a ony dopadly stejně jako konstanty.

Po tomto neúspěchu vyslal král Integrál delegaci do království Goniometrie. Tamnější král Tangens měl dva syny. Jmenovali se Sinus a Cosinus. Po celém kraji se vyprávělo o jejich obrovské síle. Princezně Derivaci se to sice moc nelíbilo, protože oba princové byli prý dost omezení. Její námitky musely ale stranou, protože Gradientovy výhrůžky začaly narůstat nade všechny meze. Když král Tangens vyslechl poselství Integrála dvojného, rozhodl se, že pošle na pomoc svého nejstaršího syna Sina. Sinus se dostavil v plné zbroji a hned se vydal k propasti Parabola, kde na něho čekal drak Gradient. Došlo ke krutému boji. Z Paraboly se ozýval řev a řinčení zbraní. Bohužel, ani tentokrát souboj nedopadl dobře. Sinus se nakonec zachránil útěkem a ještě dlouho se schovával po okolních vesnicích a ze strachu před drakem se vydával za svého bratra Cosina.

Král Integrál už ztratil veškeré naděje. Navíc jeho rádcové a ostatní dvořané měli strach a raději chtěli princeznu obětovat. Proto začali krále přemlouvat a ten tomu obrovskému nátlaku jen stěží čelil. Jednoho dne se Derivace rozhodla, že sama tuto těžkou situaci vyřeší a vydala se k drakovi. Sedla si na okraj Paraboly a čekala až se Gradient objeví. Náhle si všimla, jak po cykloidě někdo přichází. Byl to prostý vesnický mládenec. ,,Jak se jmenuješ," zeptala se Derivace, když přišel až k ní. ,,Jsem EnaX a kdo jsi ty a co tu děláš tak sama?" odpověděl mladík. Princezna mu pověděla vše o svém nešťastném osudu. ,,Ničeho se neboj milá Derivace, já si s tím Gradientem poradím," řekl EnaX a vrhl se do Paraboly.

Gradient po něm okamžitě vystartoval a ze všech třech hlav chrlil své diferenciální plameny. EnaX se však nezalekl a stál jako skála. Přestože ho diferenciální plameny olizovaly ze všech stran, nepodařilo se Gradientovi pozměnit jedinou jeho vlastnost . Když drak viděl, že jeho diferenciální zbraně selhaly, vrhl se zběsile na EnaX a snažil se ho spolknout. Na to ale EnaX čekal. Sám vklouznul do jedné z Gradientových tlam. Když se ocitl v jeho žaludku, začal exponenciálním způsobem narůstat nade všechny meze tak rychle, že Gradient puknul.

Princezna Derivace Parciální tak byla zachráněna a s ní celé království. Společně se vrátili ke králi Integráli dvojnému a celé království jásalo. Princezna se do Enax zamilovala a tak začali společně připravovat svatbu. Tady by mohla naše pohádka šťastně skončit, ale jak už to bývá ani v Infinitezimálním království nebylo vše úplně ideální. Dvořanům se EnaX moc nezamlouval. Neustále poukazovali na jeho neurozený původ , že prý taková prostá funkce nepatří na trůn. Princezna Derivace Parciální se nechtěla svého milého EnaX vzdát a tak se pokoušela některé jeho vlastnosti alespoň trochu pozměnit. Byla to ovšem marná snaha a proto mezi nimi začaly narůstat rozpory. Týden před svatebním dnem se pohádali natolik , že EnaX odešel z královského sídla a vrátil se do své rodné vesnice.

Princezna Derivace z toho byla velice smutná. Zjistila totiž, že je v jiném stavu. Když se to dozvěděl král Integrál, velice se rozčílil: ,,Musíš se vdát a to za každou cenu, takovou ostudu by naše království nepřežilo. Vezmeš si Sina, ještě se prý schovává někde v prstencovém okolí hradu," řekl Integrál. Okamžitě vyslal královskou gardu , aby mu Sina našla a přivedla.

Jak rozhodl , tak se i stalo. Ještě tentýž den byl Sinus na hradě. Byl sice stále ještě zmatený z boje s Gradientem. Měl stále chvíle , kdy mu v argumentu přeskočilo o $\frac{\pi}{2}$ a pak se vydával za bratra Cosina, ale rozhodně mu nikdo nemohl vyčítat, že by byl prostý jako EnaX. Princezna byla postavena před hotovou věc a za týden byla svatba. Za $n-2$ měsíců, kde $n=9$, se jim narodila dvojčata. Oba jako by z oka vypadli EnaX. Posuďte sami:

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \frac{e^x + e^{-x}}{2} \tag{A.1}$$

Sinus však pro svoji omezenost ani nepojal podezření, že by děti nebyly jeho a byl pyšný na to, že se svými vlastnostmi velice podobaly funkcím goniometrickým. Na své vnoučky se okamžitě přijel podívat i král Goniometrie, Tangens. Jakmile je spatřil, hrozně se rozčílil.

,,Za koho mě máte, já nejsem omezenec jako ti moji kluci, já si nedám nic nakukat, copak tohle mohou být potomci Sina," křičel na Integrála král Tangens, když spatřil své údajné vnuky. Ten se ho snažil uklidnit a pozval ho do své oblíbené hospůdky $x$-té cenové skupiny, kde $x$ je druhá mocnina jediného sudého prvočísla. Zde společně celou situaci probírali. Po $n+1$ pivu, kde $n \in \mathcal{N}$, Tangens pochopil, že nemá cenu celou věc rozmazávat, protože by mu to uškodilo v politické kariéře.

Oba krále však trápil společný problém a to, jak dvojčata pojmenovat. Integrál a Tangens se dívali na fotky svých vnoučat a nenapadalo je nic lepšího než

Sinusexponenciální a Cosinusexponenciální. ,,Tak je ale pojmenovat nemůžeme, pak by napadlo i toho mého omezence Sina, že to nejsou jeho děti," řekl Tangens.

V tu chvíli zahřmělo a vedle jejich stolu se objevila podivná křivka. Celé tělo měla zahaleno do asymptotického pláště, z něhož vyčnívaly jen dvě větve.

,,Jsem čarodějnice Hyperbola Rovnoosá a pomůžu vám," řekla křivka skřehotavým hlasem. Integrál a Tangens Hyperbolu okamžitě pozvali ke stolu, objednali další pivo a vyslechli její návrh.

,,Půjdu vašim vnukům za kmotru a propůjčím jim své jméno , mohou se jmenovat Sinushyperbolický a Cosinushyperbolický."

,,To by šlo, ale co za to budeš chtít?" zeptal se Integrál.

Hyperbola měla už vše promyšlené a tak okamžitě vyslovila své podmínky.

,,Chtěla bych pěkné parametrické rovnice a vaši vnuci se na to hodí. Uzavřeme tedy takovou dohodu. Kdykoliv budu potřebovat jednoduché parametrické rovnice, musí mi je vaši vnuci sestavit."

Integrál Dvojný i Tangens s dohodou souhlasili a od té doby má Hyperbola Rovnoosá elegantní parametrické rovnice:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = cosh(t) \\ y = sinh(t) \end{array} \right\}_{t \in \mathcal{R}}$$

A tady naše pohádka končí. Pokud se však v literatuře dočtete o hyperbolických funkcích něco jiného, nevěřte tomu. Tento příběh se opravdu stal a jeho pravdivostní hodnota je 1.